

— Si $P(1) = a > 1$, on demande $P(a + 1) = b$. L'entier $a + 1$ est un entier strictement supérieur à chaque coefficient du polynôme et

$$b = P(a + 1) = a_0 + a_1(a + 1)^1 + a_2(a + 1)^2 + \dots + a_k(a + 1)^k.$$

On calcule alors la décomposition en base de numération $(a + 1)$ de b (il faut quelques divisions euclidiennes). On trouve bien sûr que b s'écrit

$$a_k \dots a_2 a_1 a_0.$$

On a donc les coefficients du polynôme, et bien sûr son degré.

Nouveau problème : le bon algorithme de jeu ?

Cinquante boîtes sont placées en ligne sur une table devant vous :

1 2 3 4 5 ... 48 49 50

Elles sont numérotées de 1 à 50. Dans chacune a été enfermée une somme d'argent dont le montant est inscrit bien clairement sur le couvercle. Vous pouvez vérifier que tout est exact. Vous allez jouer contre un adversaire qui pourra utiliser un ordinateur pour s'aider s'il le souhaite, alors que vous devrez vous contenter de calculs mentaux. La règle est simple : à tour de rôle, vous prendrez une boîte à l'une des deux extrémités de la ligne des boîtes encore présentes, et elle vous sera temporairement acquise. Quand la ligne de boîtes sera épuisée, celui des deux joueurs qui aura acquis la plus forte somme sera déclaré vainqueur et emportera alors le total du contenu de toutes les boîtes. Pour éviter les parties nulles, le total de l'argent contenu dans les boîtes est impair et chaque boîte contient un nombre entier d'euros.

Puisque votre adversaire a l'avantage de pouvoir s'aider d'un ordinateur pour faire ses choix, on vous laisse commencer. Pouvez-vous gagner de manière certaine ? Si oui, quel est l'algorithme de jeu qui permet cela ? Sinon, pourquoi ?

Envoyez vos réponses à delahaye@lifl.fr. Le nom des premiers lecteurs à me donner la bonne réponse (et à la justifier) seront mentionnés dans le prochain numéro de 1024.